I. MECHANIKA

2. Dynamika hmotného bodu

Obsah

- Pojem dynamika, síla, superpozice sil.
- Druhy silových interakcí.
- Newtonovy zákony – formulace, setrvačnost, hybnost, zobecnění druhého zákona, moment síly, moment hybnosti.
- Galileiho princip relativity.
- Inerciální a neinerciální vztažné soustavy.
- Síly při různých druzích pohybu.
- Rovnost setrvačné a gravitační hmotnosti.
- Disipativní síly.
- Newtonovy pohybové rovnice.
- Pojem diferenciální rovnice.
- Pohyb v neinerciální soustavě.
- Pravé a zdánlivé síly.
- Otáčivá vztažná soustava, odvození odstředivého zrychlení a Coriolisovy síly.

Dynamika

- zkoumá příčiny pohybu
- dynamis = síla
- k pohybu vede vzájemné působení těles – projevuje se silami

Síla

- vektorová veličina (velikost, směr, orientace, působiště)
- míra vzájemného působení (interakce) těles
  - deformační účinky
  - pohybové účinky
- vzájemné působení
  - přímým dotykem
  - na dálku prostřednictvím silových polí

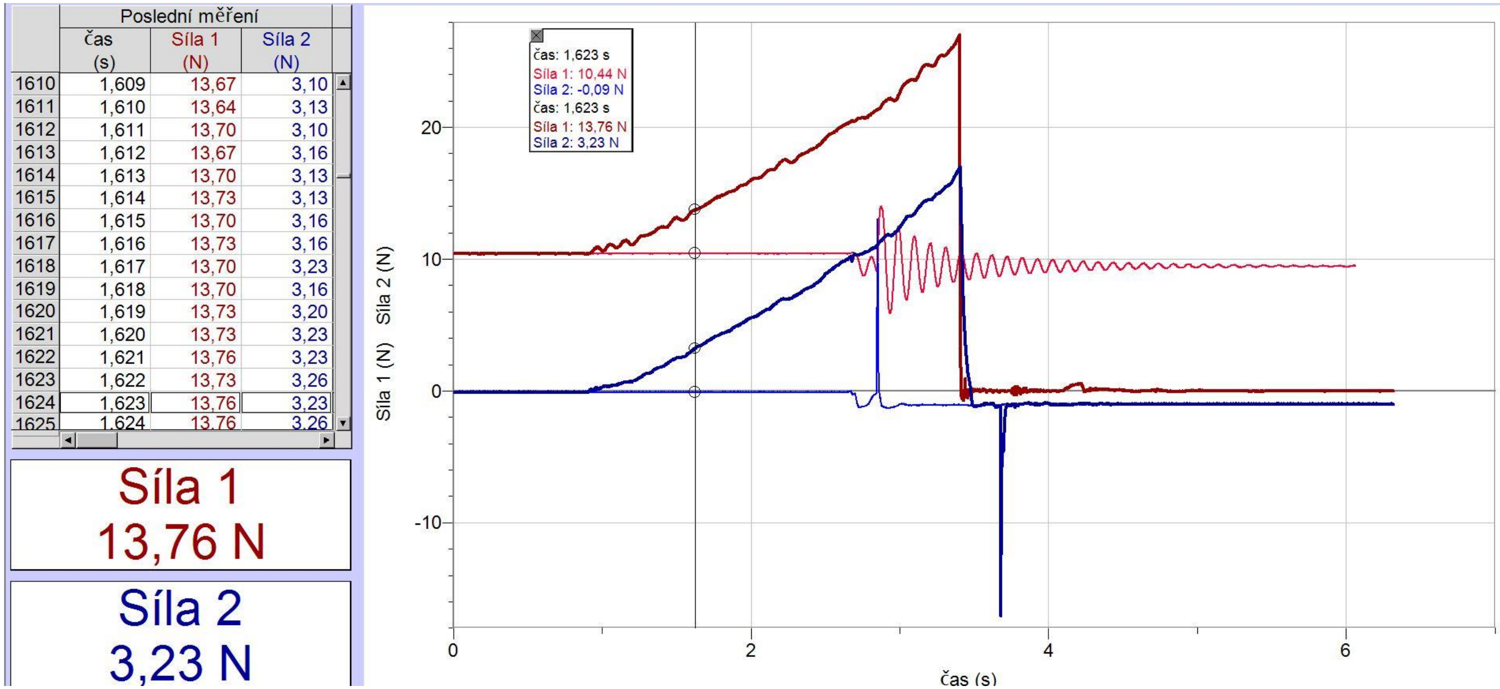
interakce	dosah	rel. síla
gravitační – univerzálně mezi všemi hmotnými objekty	nekonečný	1
elektromagnetická – mezi objekty s elektrickým nábojem	nekonečný	10^{36}
slabá – mezi elementárními částicemi (leptony, kvarky)	10^{-18} m	10^{25}
silná – drží nukleony a kvarky v jádře (i elektricky odpuzující)	10^{-15} m	10^{38}

Historie - impetus, hybnost, energie

Aristoteles	když přestane působit síla, pohyb (vzhledem k zemi) se zastaví
Jan Filoponos	šíp letí zásluhou jakési vnitřní energie (impetus), kterou na něj přenesl luk
	impetus se spontánně vyčerpává
Avicenna	impetus se vyčerpává odporem vzduchu
Jean Buridan	pokud nepůsobí odporová síla, pohyb trvá nekonečně dlouho
	impetus je úměrný počáteční rychlosti a množství látky (hmotnosti)
Nicolas Oresme	nelze dokázat, že Země je nehybná a nebe se otáčí – princip relativity pohybu
	zvyšování impetu působením síly je doprovázeno zrychlením
Galileo Galilei	objekty si udržují svou rychlost, dokud na ně nepůsobí síla princip relativity - myšlenkový experiment: Pozorování v uzavřené kabině lodi budou stejná, ať je loď v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně po přímce.
René Descartes	zákon zachování hybnosti při rázech
Isaac Newton	formulace pohybových zákonů
	absolutní čas a prostor
Gottfried W. Leibniz	zákon zachování kin. energie (vis viva)

Experiment: Setrvačnost hmoty

- dolní nit přetrhneme prudkým trhnutím
- horní nit naopak pomalým tahem



	Poslední měření		
	čas (s)	Síla 1 (N)	Síla 2 (N)
1610	1,609	13,67	3,10
1611	1,610	13,64	3,13
1612	1,611	13,70	3,10
1613	1,612	13,67	3,16
1614	1,613	13,70	3,13
1615	1,614	13,73	3,13
1616	1,615	13,70	3,16
1617	1,616	13,73	3,16
1618	1,617	13,70	3,23
1619	1,618	13,70	3,16
1620	1,619	13,73	3,20
1621	1,620	13,73	3,23
1622	1,621	13,76	3,23
1623	1,622	13,73	3,26
1624	1,623	13,76	3,23
1625	1,624	13,76	3,26

Klasická mechanika – deduktivní věda

axiomy

- **Galileiho princip relativity**
- **Newtonovy zákony**

předpokládáme:

- **čas je absolutní** – plyne stejně ve všech vztažných soustavách nezávisle na rychlostech
- **současnost je absolutní** – ve všech soustavách plyne čas stejně
- **délky a hmotnosti** nezávisí na rychlosti, kterou se těleso pohybuje vzhledem ke vztažné soustavě, v níž vážíme a měříme délku
- **rychlost může být libovolná** (i větší než rychlost světla)

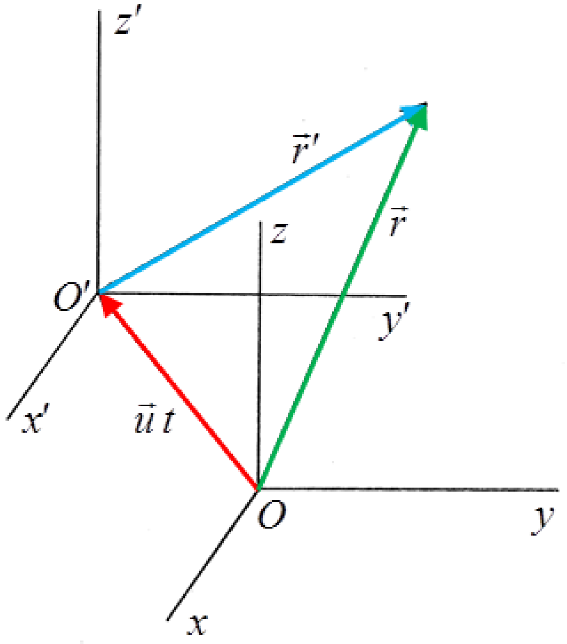
Galileiho princip relativity:

Fyzikální zákony mají stejný tvar ve všech souřadnicových soustavách, které jsou navzájem v klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu (svázány Galileiho transformací)

Galileiho transformace

mezi souřadnicemi stejné bodové události v soustavách souřadnic pohybujících se vzájemně ve směru osy x rychlostí u (předp. **absolutní prostor** a **absolutní čas**)

$$x' = x - ut \qquad\qquad x_1' = x_1 - ut$$
$$y' = y \qquad \text{resp.} \qquad x_2' = x_2$$
$$z' = z \qquad\qquad x_3' = x_3$$
$$t' = t \qquad\qquad t' = t$$



obecnější zápis G.t. pro případ vzájemné rychlosti $\vec{u}$ souřadnicových soustav

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t$$
$$t' = t$$

pro popis vzájemného vztahu rychlostí $\dot{\vec{r}}'$ a $\dot{\vec{r}}$, jimiž se stejný bod pohybuje v obou vztažných soustavách, dostaneme derivováním G.t. vztah vyjadřující **klasické skládání rychlostí** $\dot{\vec{r}}' = \dot{\vec{r}} - \vec{u}$ resp. $\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}' + \vec{u}$

Pohybové zákony

Lex. I.

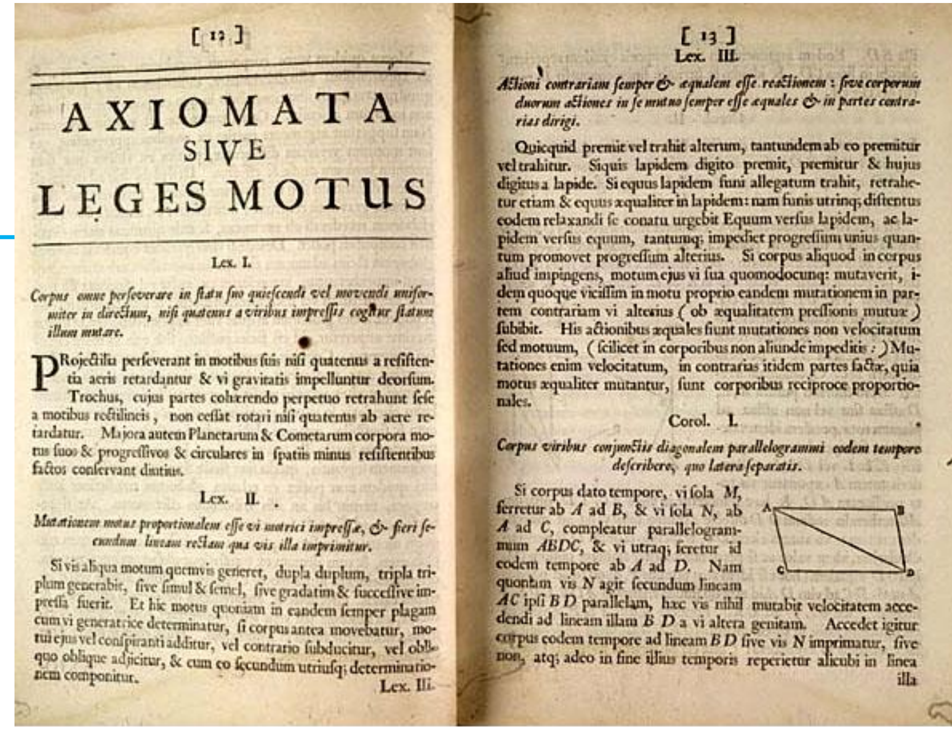
Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Lex. III.

Actioni contrariam semper & æqualem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse æquales & in partes contrarias dirigi.



[12]

AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

Projectilia perseverant in motibus suis nisi quatenus a resistentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari nisi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur, si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel oblique oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusq; determinationem componitur.

Lex. III.

[13]

Lex. III.

Actioni contrariam semper & æqualem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse æquales & in partes contrarias dirigi.

Quicquid premit vel trahit alterum, tantundem ab eo premitur vel trahitur. Siquis lapidem digito premit, premitur & hujus digitus a lapide. Si equus lapidem funi allegatum trahit, retrahetur etiam & equus æqualiter in lapidem: nam funis utrinq; distentus eodem relaxandi se conatu urgebit Equum versus lapidem, ac lapidem versus equum, tantumq; impediet progressum unius quantum promovet progressum alterius. Si corpus aliquod in corpus aliud impingens, motum ejus vi sua quomodocunq; mutaverit, idem quoque vicissim in motu proprio eandem mutationem in partem contrariam vi alterius (ob æqualitatem pressionis mutuæ) subibit. His actionibus æquales fiunt mutationes non velocitatum sed motuum, (scilicet in corporibus non aliunde impeditis:) Mutationes enim velocitatum, in contrarias itidem partes factæ, quia motus æqualiter mutantur, sunt corporibus reciproce proportionales.

Corol. I.

Corpus viribus conjunctis diagonalem parallelogrammi eodem tempore describere, quo latera separatis.

Si corpus dato tempore, vi sola M, ferretur ab A ad B, & vi sola N, ab A ad C, compleatur parallelogrammum ABDC, & vi utraq; feretur id eodem tempore ab A ad D. Nam quoniam vis N agit secundum lineam AC ipsi BD parallelam, hæc vis nihil mutabit velocitatem accedendi ad lineam illam BD a vi altera genitam. Accedet igitur corpus eodem tempore ad lineam BD sive vis N imprimatur, sive non, atq; adeo in fine illius temporis reperietur alicubi in linea illa

Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Londini 1687

Zákon I. Každé těleso setrvává ve svém stavu, buď na místě nebo v rovnoměrném pohybu po přímce, dokud není vnějšími silami nuceno tento stav změnit.

Zákon II. Změna hybnosti je úměrná působící síle a má s ní stejný směr.

Zákon III. Každá akce vyvolává stejně velkou reakci, neboli vzájemné síly mezi dvěma tělesy mají vždy stejnou velikost a opačný směr.

I. Newtonův zákon – zákon setrvačnosti

Inerciální vztažnou soustavou nazveme takovou soustavu, kde platí:

Každé těleso setrvává ve svém stavu, buď na místě nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu (vzhledem ke zvolené vztažné soustavě), dokud není vnějšími silami nuceno tento stav změnit. Existuje alespoň jedna inerciální vztažná soustava.

- vyděluje význačnou třídu vztažných soustav – <u>inerciální</u> s.s.
- druhá věta (vychází z originální Newtonovy) platí nejen pro hmotný bod, nýbrž také pro celé těleso, které obecně koná rotační pohyb
- existenční tvrzení na konci jen zdánlivě samozřejmé; nalezení inerciální s.s. není triviální

I. Newtonův zákon – symbolický zápis

V inerciální vztažné soustavě platí: $\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$

Součtem sil se rozumí výslednice všech vnějších sil vyvolaných vzájemným působením těles (tzv. síly skutečné neboli pravé).

Galileiho princip relativity

zaveden pojem inerciální s.s. $\Rightarrow$ GPR lze formulovat kompaktněji:

Fyzikální zákony mají stejný tvar ve všech inerciálních vztažných soustavách.

$\Rightarrow$ Všechny inerciální soustavy souřadnic (i.s.s.) jsou rovnocenné.

Pozn:

- **souřadnicová soustava $\rightarrow$ vztažná soustava, vztažný systém, soustava souřadná** $\Rightarrow$ konkrétní souřadnicové osy nejsou podstatné
- vztažnou soustavu určí aspoň 3 body neležící v přímce, tj. nestačí jediný vztažný bod (např. počátek s.s.), což nevyloučí rotaci s.s.

Princip superpozice

neboli princip skládání sil

Pohybové účinky několika současně působících sil jsou stejné jako účinek jediné síly dané jejich vektorovým součtem.

- plyne ze zkušenosti
- Newton ho uvádí ve vysvětlivkách k pohybovým zákonům

Neinerciální vztažná soustava

V neinerciální vztažné soustavě platí: $\left(\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} \neq 0\right) \wedge \left(\frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \Rightarrow \sum \vec{F} \neq 0\right)$

Součtem sil se rozumí výslednice všech vnějších sil vyvolaných vzájemným působením těles (tzv. síly skutečné neboli pravé).

V neinerciální s.s. se tělesa pohybují se zrychlením, když na ně nepůsobí (pravé) vnější síly.

Vždy je možno nalézt dodatečnou sílu $\vec{F}_s$ (tzv. **setrvačnou** nebo též zdánlivou), jejímž započtením se dosáhne formálně stejné relace jako v případě i.s.s., tj.

$$\vec{F}_s + \sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 .$$

II. Newtonův pohybový zákon – zákon síly

Časová změna hybnosti tělesa je úměrná působící síle a má s ní stejný směr.

Hybnost je vektorová veličina $\vec{p} \equiv m\vec{v}$ (anglicky linear momentum, translational momentum)

Rychlost se měří vůči inerciální vztažné soustavě definované dříve.

Symbolické vyjádření 2.NZ: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right)$

Konstanta úměrnosti uvedená ve slovním znění je rovna jedné, díky vhodné definici jednotky síly.

V běžných případech se počet částic v tělese s časem nemění, tudíž se zachovává i hmotnost pohybujícího se tělesa.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} \\ \frac{dm}{dt} = 0 \end{array}\right\} \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Důsledky principu superpozice

nechť na h.b. postupně působí síly $\vec{F}_1$ až $\vec{F}_n$

NZ $\rightarrow$ vyvolají zrychlení $\vec{a}_1$ až $\vec{a}_n$

<u>současné</u> působení sil $\vec{F}_1$ až $\vec{F}_n$

NZ $\rightarrow$? (Co když „zapnutím“ síly $\vec{F}_2$ se zároveň nějak změní působení síly $\vec{F}_1$?)

Princip superpozice $\rightarrow$ současné působení všech sil je rovno působení výslednice

vektorového součtu $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$

aplikujme tedy 2.NZ na výslednici i jednotlivé síly $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{p}_i}{dt}$

neboli $\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i$

$\Rightarrow$Tvrzení o **skládání pohybů**: Pohyb tělesa pod vlivem výslednice $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ je součtem pohybů, které by těleso vykonalo postupným působením jednotlivých sil $\vec{F}_i$ bez ohledu na jejich pořadí (vektorový součet je komutativní).

Momenty pro popis rotačního pohybu

- vztaženy k libovolnému bodu O v prostoru (momentový bod)
- momentový bod nemusí ležet na ose otáčení
- momenty jsou axiální vektory

Moment síly $\vec{M}$ (anglicky torque, moment of force)

- otáčivý účinek síly
- působiště síly $\vec{F}$ vzhledem k bodu O určeno polohovým vektorem $\vec{r}$
- moment síly $\vec{M}$ vzhledem k bodu O definován vztahem $\vec{M} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$

Moment hybnosti (impulsmoment, točivost) $\vec{b}$ (anglicky angular momentum, moment of momentum, rotational momentum)

- míra rotačního pohybu tělesa
- moment hybnosti $\vec{b}$ vzhledem k bodu O definován vztahem $\vec{b} \equiv \vec{r} \times \vec{p}$

II. NZ – zobecnění pro rotační pohyb

Zobecnění 2. NZ pro rotační pohyb: $\vec{M} = \dfrac{d\vec{b}}{dt}$

Odvození:

$$\frac{d\vec{b}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r} \times \vec{p}\right) = \frac{d}{dt}\left(\vec{r} \times m\vec{v}\right) = m\frac{d}{dt}\left(\vec{r} \times \vec{v}\right) =$$

$$= m\left\{\underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v}}_{\vec{v} \times \vec{v} = 0} + \vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt}\right\} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$$

III. Newtonův zákon – akce a reakce

Vzájemná silová působení dvou různých těles jsou stejně velká a opačně orientovaná.

Symbolické vyjádření 3. NZ: $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

(těleso A působí na B silou $\vec{F}_{AB}$; těleso B působí na A silou $\vec{F}_{BA}$)

- akce a reakce působí na různá tělesa
- obě síly působí na přímce spojující hmotné body nebo těžiště těles (centrální síly)
- nezáleží na typu interakce ani na vzájemném pohybu
- reakce je vždy okamžitá

předpokládají se vzájemné

- malé rychlosti (ve srovnání s rychlostí světla) – jinak dochází k aberaci (vlivem skládání rychlostí se body navzájem jeví na jiných pozicích než skutečně jsou)
- malé vzdálenosti – silovou reakci lze pokládat za okamžitou (rychlost přenosu informace omezena rychlostí světla)

Působení sil při různých typech pohybu

- rovnoměrný přímočarý pohyb $\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0$
- přímočarý rovnoměrně zrychlený $\vec{a} = \vec{k}_1 \Rightarrow \vec{F} = m\vec{k}_1$
- rovnoměrný kruhový (dostředivá síla) $\vec{a} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \Rightarrow \begin{cases} \vec{F} = m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \\ \vec{F} = -m\vec{\omega}^2 \vec{r} \\ \left|\vec{F}\right| = m\omega^2 \left|\vec{r}\right| \end{cases}$
- volný pád (tíhová síla) $\vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \vec{F}_G = m\vec{g}$

Newtonovy pohybové rovnice

- 2.NZ propojuje trajektorii pohybu h.b. se silovým působením – známe-li jedno, můžeme určit druhé
- zápis $m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}\left(t, \vec{r}, \frac{d\vec{r}}{dt}\right)$ – 3 pohybové rovnice – **soustava diferenciálních rovnic 2. řádu**
- předpokládá se, že síla nezávisí na vyšších derivacích polohového vektoru (nemusí platit např. v případě odporových sil)
- řešení je často omezeno **počátečními podmínkami** (poloha $\vec{r}(t_0)$ a rychlost $\vec{v}(t_0)$ ve výchozím čase)
- případně na ně mohou být kladena i jiná omezení – **okrajové podmínky**
- **jednoznačnost řešení** $\rightarrow$ ze zadaných počátečních podmínek je jednoznačně určen pohyb h.b. (determinismus klasické mechaniky)

Pojem diferenciální rovnice

- obsahuje derivaci neznámé funkce
- soustava musí obsahovat tolik rovnic, kolik je neznámých funkcí
- terminologie:
    - explicitní funkce, resp. explicitně zadaná funkce: $y = f(x)$
    - implicitní funkce: $F(x, y) = 0$
- dif. rovnice 2. řádu v implicitním tvaru: $F(x, y, y', y'') = 0$
- dif. rovnice 2. řádu v explicitním tvaru: $y'' = f(x, y, y')$
- funkce, která diferenciální rovnici identicky vyhovuje, se nazývá její **řešení** nebo také **integrál** (počet integračních konstant odpovídá řádu rovnice)
    - implicitní $\Phi(x, y, C_1, \ldots, C_n) = 0$
    - explicitní $y = \varphi(x, C_1, \ldots, C_n)$
- v průběhu řešení často jako mezikrok získáme **první integrál**
    - implicitní $F(x, y, y') = 0$
    - explicitní $y' = f(x, y)$

Příklady pohybových rovnic

pohyb v gravitačním poli: $\vec{F} = (0,0,-mg)$

- pohybové rovnice: $m\dfrac{d^2x_1}{dt^2} = 0\,,\; m\dfrac{d^2x_2}{dt^2} = 0\,,\; m\dfrac{d^2x_3}{dt^2} = -mg$
- explicitní formulace: $\dfrac{d^2x_1}{dt^2} = 0\,,\; \dfrac{d^2x_2}{dt^2} = 0\,,\; \dfrac{d^2x_3}{dt^2} = -g$
- první integrály: $\dfrac{dx_1}{dt} = k_1\,,\; \dfrac{dx_2}{dt} = k_2\,,\; \dfrac{dx_3}{dt} = -gt + k_3$
- obecné řešení: $x_1 = k_1t + d_1\,,\; x_2 = k_2t + d_2\,,\; x_3 = -\dfrac{gt^2}{2} + k_3t + d_3$
- počáteční podmínky: $\vec{v}(t=0) = (v_{10}, v_{20}, v_{30})\,,\; \vec{r}(t=0) = (x_{10}, x_{20}, x_{30})$
- porovnáním s poč. podmínkami: $x_1 = v_{10}t + x_{10}\,,\; x_2 = v_{20}t + x_{20}\,,\; x_3 = -\dfrac{gt^2}{2} + v_{30}t + x_{30}$
- **vrh svislý** $\vec{v}(t=0) = (0,0,v_{30})$
- **vrh vodorovný** $\vec{v}(t=0) = (v_{10}, v_{20}, 0)$
- **vrh šikmý** $\vec{v}(t=0) = (v_{10}, v_{20}, v_{30})$

Příklady pohybových rovnic

harmonický pohyb: $F = -kx$

- pohybová rovnice: $m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$
- explicitní formulace: $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$
- obecné řešení: $x = A\sin\left(\underbrace{\sqrt{\frac{k}{m}}}_{\omega}t + \alpha\right)$

Příklady pohybových rovnic

zpomalující pohyb v tekutině: $F = -k\dfrac{dx}{dt}$

- pohybová rovnice: $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -k\dfrac{dx}{dt}$
- explicitní formulace: $\dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{k}{m}\dfrac{dx}{dt}$
- první integrál:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}\frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v \rightarrow \int\frac{dv}{v} = -\frac{k}{m}\int dt \rightarrow \ln v = -\frac{k}{m}t + C \rightarrow \frac{dx}{dt} = v_0\exp\left(-\frac{k}{m}t\right)$$

- obecné řešení (druhý integrál): $x = -\dfrac{mv_0}{k}\exp\left(-\dfrac{k}{m}t\right) + C$
- porovnání s počáteční polohou: $x(t=0) = 0 \rightarrow 0 = -\dfrac{mv_0}{k} + C \rightarrow C = \dfrac{mv_0}{k}$
- řešení: $x = \dfrac{mv_0}{k}\left[1 - \exp\left(-\dfrac{k}{m}t\right)\right]$

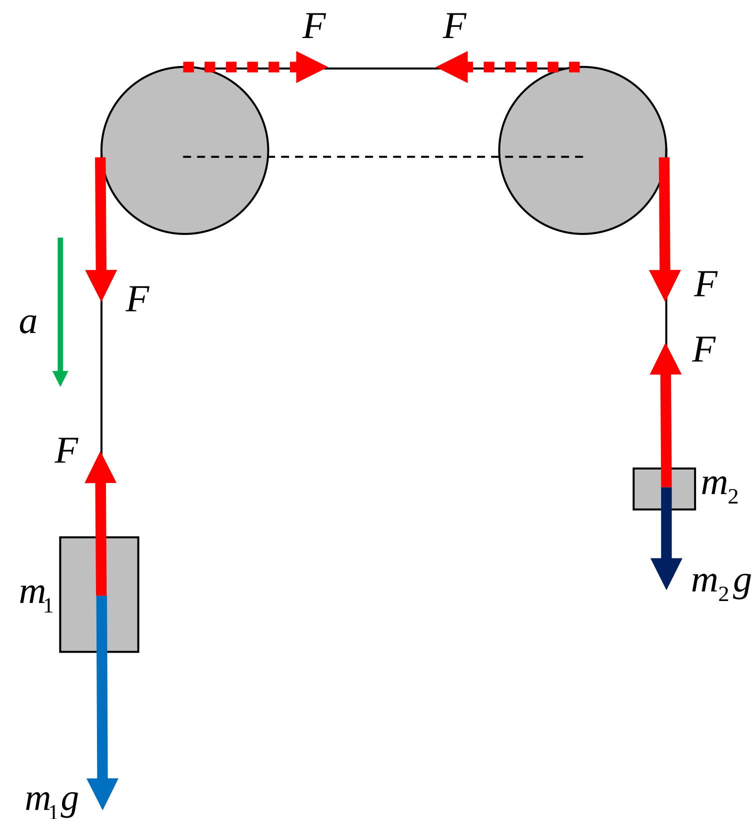
Zdánlivá hmotnost tělesa při zrychleném pohybu

- nehmotné kladky, nehmotné závěsy, tělesa hmotnosti m_1 a m_2, platí $m_1 > m_2$
- pohyb v jednom směru $\Rightarrow$ skalární značení
- těžší těleso klesá $\Rightarrow$ kladný směr zrychlení a
- levé těleso – tíhová síla $m_1 g$ a tahová síla vlákna F
- 2. NZ $\Rightarrow$ $m_1 g - F = m_1 a$
- pravé těleso – tíhová síla $m_2 g$ a tahová síla vlákna F
- 2. NZ $\Rightarrow$ $F - m_2 g = m_2 a$
- $\Rightarrow$ tahová síla vlákna $F = m_1(g - a)$
- a zároveň $F = m_2(g + a)$
- z rovnosti sil $\Rightarrow$ zrychlení a

$$m_1(g-a) = m_2(g+a) \qquad m_1 g - m_1 a = m_2 g + m_2 a$$

$$m_1 g - m_2 g = m_1 a + m_2 a \qquad a = g\,\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

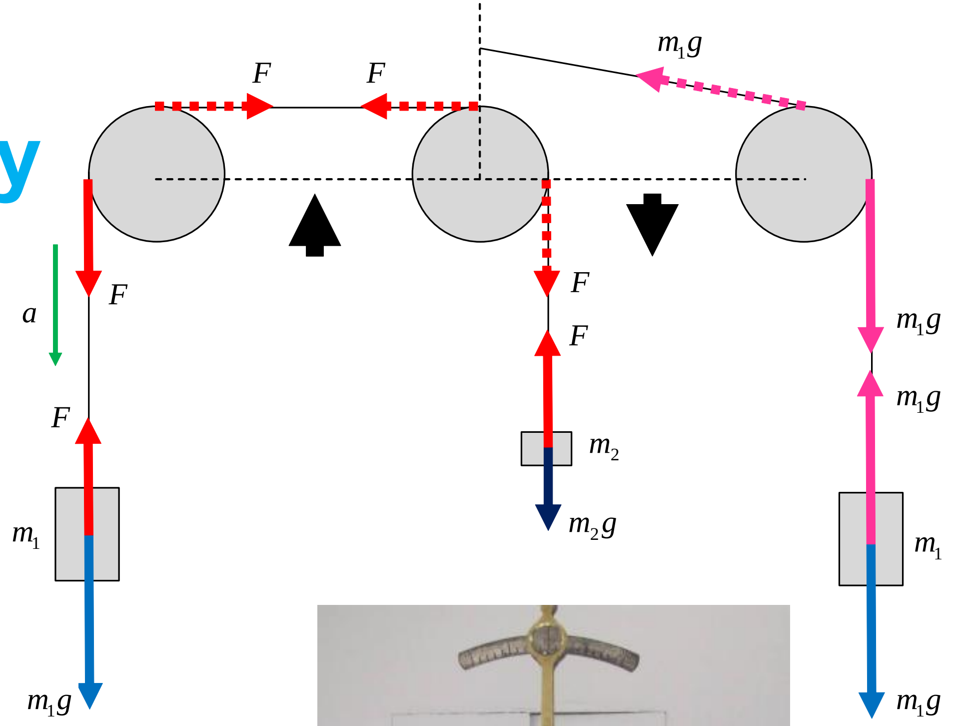
- vlákna zprostředkují interakci těles a kladek – 3. NZ
  $\Rightarrow$ vyznačené síly působící na kladky mají velikost F
  - síly vyznačené čárkovaně kompenzovány konstrukcí
  - svislé síly lze určovat vážením



- síla $F = \dfrac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\,g$
- $m_1 > m_2 \Rightarrow m_1 g > F > m_2 g$

<u>Závěr:</u> Na závěs každé z kladek působí zdánlivá hmotnost (F/g) tělesa pohybujícího se zrychleně. Při pohybu dolů je menší a při pohybu nahoru větší než skutečná hmotnost tělesa m.

Poggendorffovy váhy



vlákna zprostředkují interakci těles a kladek

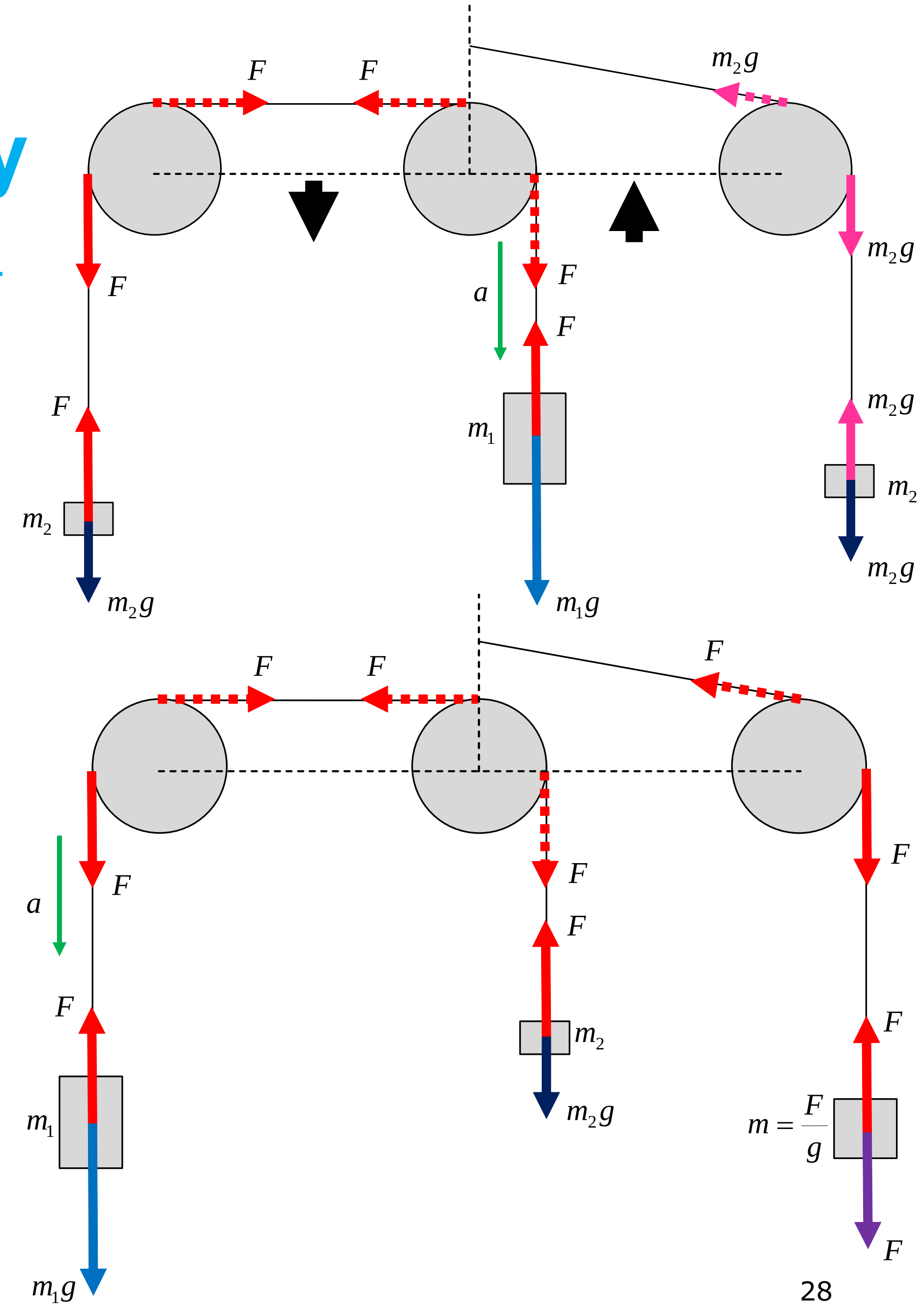
3. NZ $\Rightarrow$ vyznačené síly působící na kladky mají všechny velikost příslušné tahové síly

- pravá kladka (nehybná) – tahová síla $m_1 g$
- levá kladka (blokovaná) – tahová síla $m_1 g$
- levá kladka (volná) – tahová síla F

čárkovaně vyznačené síly kompenzovány konstrukcí vah

<u>experiment:</u>
výchozí stav:
otáčení levé kladky blokováno nití
závaží na obou koncích vah hmotnost m_1 $\Rightarrow$ **váhy vyváženy**
blokování odstraněno:
ustaví se silové působení podle nákresu $\Rightarrow$ zdánlivá hmotnost tělesa pohybujícího se dolů zrychleně je menší než skutečná hmotnost tělesa m_1 $\Rightarrow$ **levá strana vah se zvedne**

Poggendorffovy váhy



<u>druhý experiment:</u>
výchozí stav:
levá strana blokována, obě závaží hm. m_2
$\Rightarrow$ **váhy vyváženy**

blokování odstraněno:
zdánlivá hmotnost tělesa pohybujícího se nahoru zrychleně je větší než skutečná hm. tělesa m_2 $\Rightarrow$ **levá strana vah klesne**

<u>třetí experiment:</u>
výchozí stav:
levá strana blokována, nalevo závaží hm. m_1,
napravo závaží hm. $\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ $\Rightarrow$ **váhy nejsou vyváženy, levá strana vah klesla**

blokování odstraněno:
zdánlivá hmotnost tělesa pohybujícího se zrychleně je $\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ $\Rightarrow$ **váhy vyváženy**

Vzájemný pohyb vztažných soustav

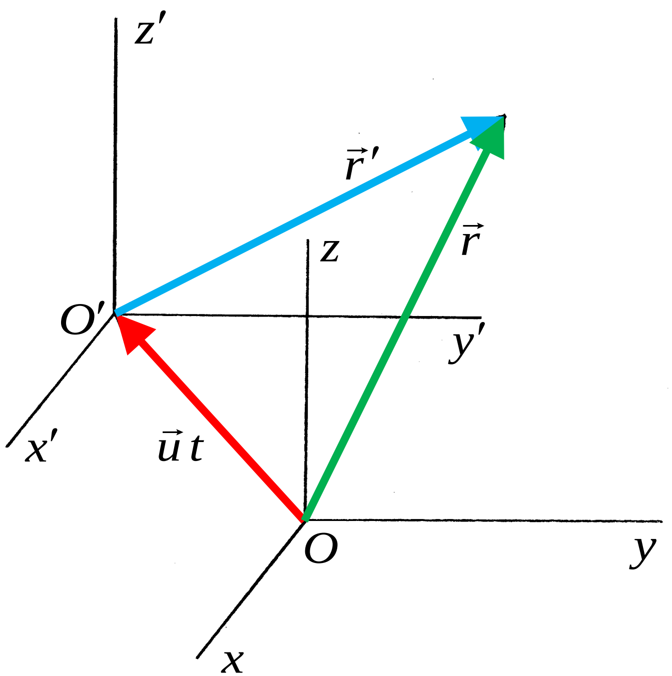
budeme vyšetřovat důsledky vzájemného pohybu vztažných soustav

- **rovnoměrný** vzájemný pohyb vztažných soustav
  - Galileova transformace
- **zrychlený přímočarý** pohyb soustavy vůči i.s.s.
  - zrychlující dopravní prostředek
  - padající výtah (setrvačná síla kompenzuje tíhovou sílu $\Rightarrow$ stav beztíže)
- **rotace** soustavy vůči inerciální s.s.
  - kolotoč, rotující vesmírná stanice $\Rightarrow$ umělá gravitace
  - vztažná soustava spojená se Zemí

Rovnoměrný vzájemný pohyb soustav

- inerciální soustava **S** s počátkem *O*, hmotný bod má polohu $\vec{r}$
- inerciální soustava **S´** s počátkem *O´*, hmotný bod má polohu $\vec{r}\,'$
- soustava **S´** se pohybuje vzhledem k **S** konstantní rychlostí $\vec{u}$
- vektor $\vec{q}$ je polohový vektor počátku *O´* soustavy **S´** vzhledem k soustavě **S**

$$\vec{q} = \vec{u}t$$
$$\dot{\vec{q}} = \vec{u}$$
$$\ddot{\vec{q}} = \dot{\vec{u}} = \vec{a}_{O'} = 0$$
$$\vec{r} = \vec{u}t + \vec{r}\,'$$
$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}\,'$$
$$\vec{a} = \vec{a}\,'$$



- **Galileiho transformace** souřadnic
- **teorém skládání rychlostí**
- zrychlení a tedy i síly v obou soustavách jsou stejné – **Galileiho princip relativity**

Zrychlený pohyb soustavy vůči i.s.s.

- nechť v inerciální s.s. působí na hmotný bod celková síla $\vec{F}$
- $\vec{F}$ je výslednicí sil, které jsou důsledkem interakce s jinými hmotnými objekty (tyto síly se nazývají **silami skutečnými či pravými**)

- ukážeme dále, že v neinerciální s.s. působí na stejný h.b. síla $\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}_s$, kde $\vec{F}_s = -m\vec{a}_u$ je tzv. **setrvačná síla**
- k této síle neexistuje reakce; není důsledkem interakce s jinými hm. objekty
- vyjádříme tzv. **unášivé zrychlení** $\vec{a}_u$ pro zrychlenou a rotující soustavu

Důsledky:

a) v neinerciálních systémech neplatí NZ bez doplnění setrvačných sil

b) při řešení úloh je třeba buď důsledně pracovat v inerciální soustavě nebo důsledně používat setrvačné síly

Zrychlený pohyb soustavy vůči i.s.s.

- inerciální soustava **S** s počátkem *O*, hmotný bod má polohu $\vec{r}$
- **neinerciální** soustava **S´** s počátkem *O´*, hmotný bod má polohu $\vec{r}\,'$
- vektor $\vec{q}$ je polohový vektor počátku *O´* soustavy **S´** vzhledem k soustavě **S**
- soustava **S´** se pohybuje vzhledem k **S** se zrychlením $\vec{a}_{O'}$

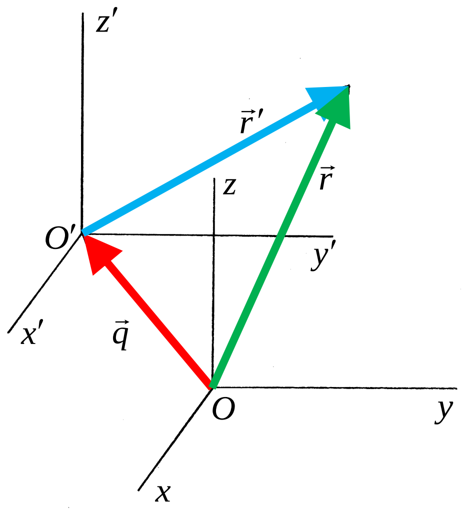
$$\ddot{\vec{q}} = \vec{a}_{O'}$$

$$\vec{q} = \frac{1}{2}\vec{a}_{O'}t^2 + \vec{u}_{O'}t + c_{O'}$$

$$\vec{r} = \frac{1}{2}\vec{a}_{O'}t^2 + \vec{u}_{O'}t + c_{O'} + \vec{r}\,'$$

$$\vec{v} = \underbrace{\vec{a}_{O'}t + \vec{u}_{O'}}_{\vec{u}_u} + \vec{v}\,'$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{O'} + \vec{a}\,'$$



- skládání rychlostí – **unášivá rychlost** $\vec{u}_u$ narůstá
- zrychlení $\vec{a}\,'$ v n.s.s. **S´** se liší o hodnotu $-\vec{a}_{O'}$ od zrychlení $\vec{a}$ působícího v i.s.s. **S**
- v **S´** působí na h.b. síla $\vec{F}' = m\vec{a}\,' = m(\vec{a} - \vec{a}_{O'}) = \vec{F} + \vec{F}_s \Rightarrow \vec{F}_s = -m\vec{a}_{O'} \Rightarrow \vec{a}_u = \vec{a}_{O'}$

Časové derivace v rotující soustavě

vektor $\vec{A}$ v rovině kolmé k ose rotace

- na počátku obě s.s. splývají

v nehybné s.s.

- za čas dt z polohy $\vec{A}_1$ do $\vec{A}_2$
- změna vektoru $d\vec{A} = \vec{A}_2 - \vec{A}_1$
- zároveň se rotující s.s. otočí o úhel $\omega\, dt$ a její osy se přesunou $x_1 \to \tilde{x}_1 \wedge x_2 \to \tilde{x}_2$

v rotující s.s.

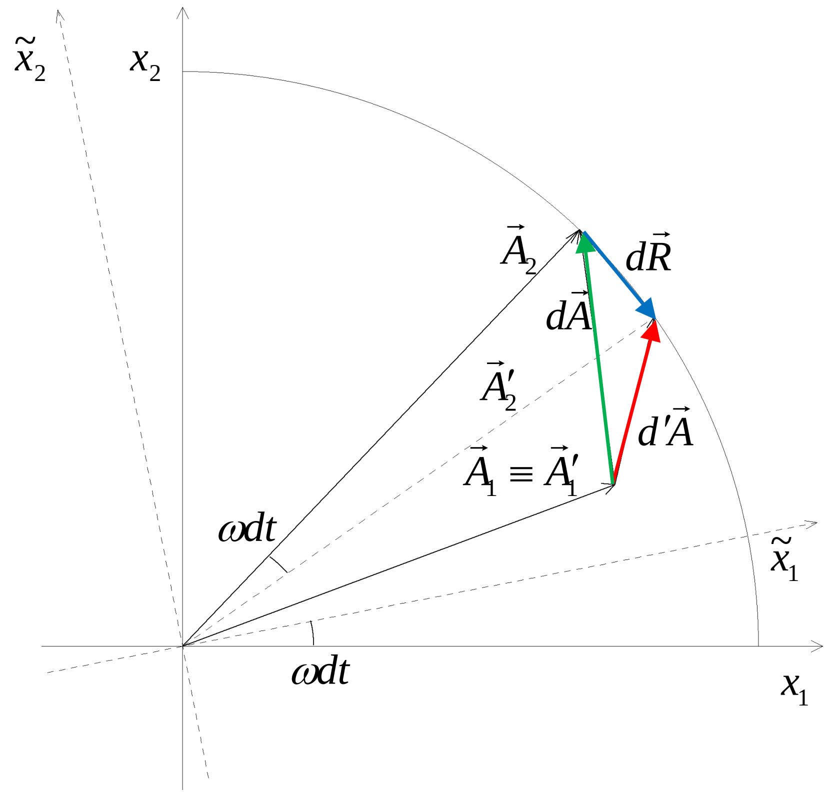
- za čas dt z polohy $\vec{A}_1'$ do $\vec{A}_2'$
- změna vektoru $d'\vec{A} = \vec{A}_2' - \vec{A}_1'$

diferenciály se liší $d'\vec{A} = d\vec{A} + d\vec{R}$

rozdíl určen pootočením $|d\vec{R}| = |\vec{A}||\omega\, dt|$

vektor $d\vec{R}$ je kolmý

- k vektoru $\vec{A}$
- k ose rotace (leží v rovině rotace)



Časové derivace v rotující soustavě

zobecnění na libovolný vektor $\vec{A}$**,** který svírá s osou rotace úhel α

rozložíme vektor $\vec{A}$ na složky

- $\vec{A}_{\parallel}$ ve směru osy rotace (ve směru vektoru $\vec{\omega}$)
- $\vec{A}_{\perp}$ v rovině kolmé k ose rotace, kde $\left|\vec{A}_{\perp}\right| = \left|\vec{A}\right| \sin\alpha$

rotace ovlivňuje jen složku $\vec{A}_{\perp}$

změna $\vec{A}_{\perp}$ vlivem rotace tedy popisuje také změnu celého vektoru $\vec{A}$; budeme ji značit $d\vec{R}$

platí $\left|d\vec{R}\right| = \left|\vec{A}_{\perp}\right| \left|\omega\, dt\right| = \left|\vec{A}\right| \left|\vec{\omega}\right| \left|dt\right| \sin\alpha$

vezmeme-li v úvahu směr a orientaci vektoru $d\vec{R}$, můžeme psát $d\vec{R} = -\vec{\omega} \times \vec{A}\, dt$

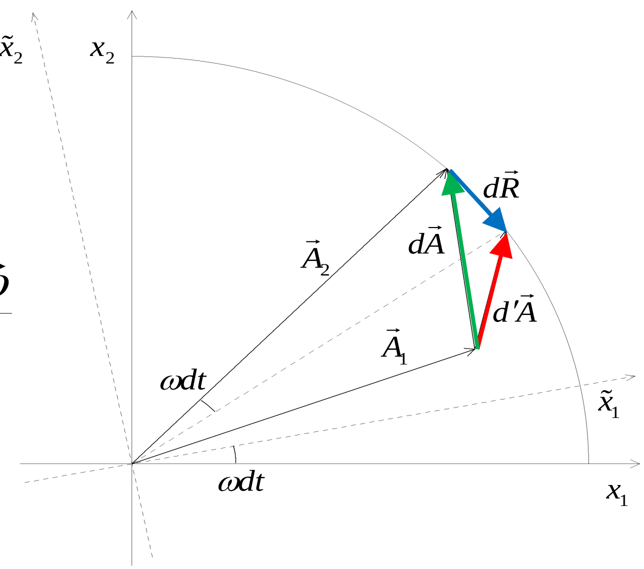
dosazením $\qquad d'\vec{A} = d\vec{A} - \vec{\omega} \times \vec{A}\, dt$

vztah mezi derivacemi $\qquad \dfrac{d'\vec{A}}{dt} = \dfrac{d\vec{A}}{dt} - \vec{\omega} \times \vec{A} \qquad$ případně $\qquad \dfrac{d\vec{A}}{dt} = \dfrac{d'\vec{A}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{A}$

Rotující neinerciální vztažná soustava

pro libovolný vektor $\vec{A}$ platí

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{d'\vec{A}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{A}$$, což aplikujeme na různé vektory:



$A = \vec{\omega}$:
$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d'\vec{\omega}}{dt} + \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{\omega}}_{0} \quad \rightarrow \quad \vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d'\vec{\omega}}{dt}$$

$A = \vec{r}$:
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d'\vec{r}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad \rightarrow \quad \vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \frac{d'}{dt}\left(\vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}\right) + \vec{\omega} \times \left(\vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}\right) =$$

$A = \vec{v}$:
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d'\vec{v}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{v} \quad \rightarrow$$

$$= \underbrace{\frac{d'\vec{v}'}{dt}}_{\vec{a}'} + \left(\underbrace{\frac{d'\vec{\omega}}{dt}}_{\vec{\varepsilon}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \underbrace{\frac{d'\vec{r}}{dt}}_{\vec{v}'} \right) + \vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)$$

POZOR! Čárkovaná veličina x' neoznačuje veličinu x transformovanou z i.s.s. do rotující n.s.s., nýbrž veličinu odpovídající x, jak ji změří pozorovatel v rotující soustavě, vyjádřenou ve stejné soustavě jako jsou ostatní veličiny.

Zrychlení v rotující vztažné soustavě

získali jsme vztah pro zrychlení $$\vec{a} = \underbrace{\frac{d'\vec{v}'}{dt}}_{\vec{a}'} + \left(\underbrace{\frac{d'\vec{\omega}}{dt}}_{\vec{\varepsilon}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \underbrace{\frac{d'\vec{r}}{dt}}_{\vec{v}'} \right) + \vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

přehledněji $$\vec{a} = \vec{a}' + \underbrace{\vec{\varepsilon} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{\vec{a}_u}$$

odvozená rovnice musí platit v libovolné vztažné soustavě, včetně té rotující!

můžeme přejít do rotující soustavy (maticovou transformací $\tilde{\vec{x}} = \mathbf{A}(t)\,\vec{x}$)

- v případě vektorů $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$ a $\vec{r}$ platí, že výsledkem transformace je veličina, jakou zjistí i rotující pozorovatel (odlišení čárkou tudíž není potřeba)
- v případě vektorů $\vec{v}$ a $\vec{a}$ to neplatí, protože rotující pozorovatel kromě transformované změny zaznamená ještě změnu vyvolanou rotací
- vektory $\vec{v}'$ a $\vec{a}'$ popisují změny vektoru $\vec{r}$, jak se jeví rotujícímu pozorovateli

Setrvačné síly v rotující vztažné soustavě

- transformace rychlosti musí zohlednit otáčení neinerciální soustavy $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}$; druhý člen vychází z časové derivace báze rotující soustavy
- podobně ve výrazu pro zrychlení $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)$ přibyly členy, které obsahují derivace této báze
- unášivé zrychlení má tvar $\vec{a}_u = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)$
- celková setrvačná síla je $\vec{F}_s = -m\left(\vec{\varepsilon} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)\right)$
- síla $\vec{F}_\varepsilon = -m\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} = -m\vec{\varepsilon} \times \vec{r}$ souvisí s úhlovým zrychlením $\vec{\varepsilon} = \dot{\vec{\omega}}$ otáčivého pohybu neinerciální soustavy
- **odstředivá síla** $\vec{F}_{OD} = -m\vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)$ působí v rotující soustavě jak na pohybující se tak i na nehybný hmotný bod, který neleží na ose otáčení; odstředivá síla působí kolmo k ose otáčení
- **Coriolisova síla** $\vec{F}_C = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$ působí v rotující soustavě na hmotný bod, jehož rychlost $\vec{v}'$ není rovnoběžná s osou rotace

Působení odstředivé síly

- **setrvačná síla** – projevuje se v neinerciální (rotující) soustavě

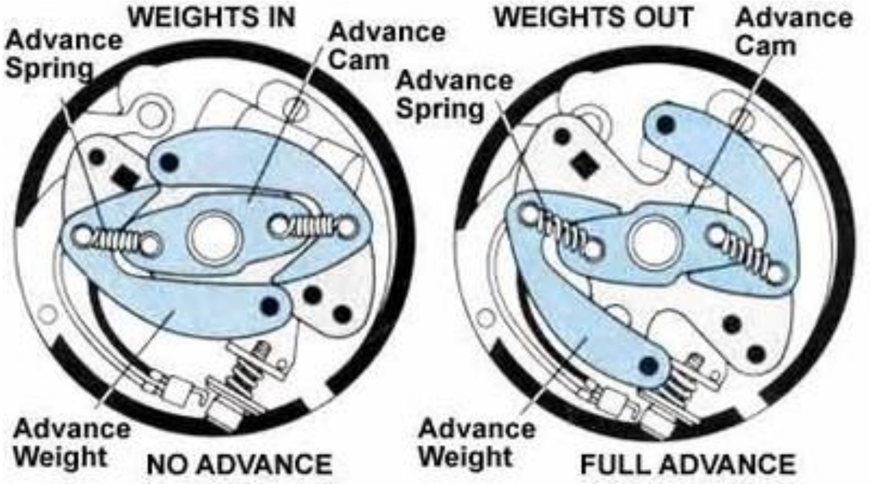
- nesměšovat se silou dostředivou (souhrnně označuje skutečné síly, které v inerciální soustavě způsobí pohyb tělesa po zakřivené dráze)

- napíná řetěz z hlediska pozorovatele na kolotoči
- drží satelit proti gravitační síle z hlediska pozorovatele v n.s.s. spojené se satelitem
- drží Zemi, aby nespadla do Slunce jeho gravitační přitažlivostí, z hlediska pozorovatele v n.s.s. spjaté se Zemí

- 2001: Vesmírná odyssea
    - imitace gravitace otáčením lodi
    - při poloměru 10 m je nutná úhlová rychlost $1 s^{-1}$, tj. otočení za cca 6.28 s

Odstředivý regulátor

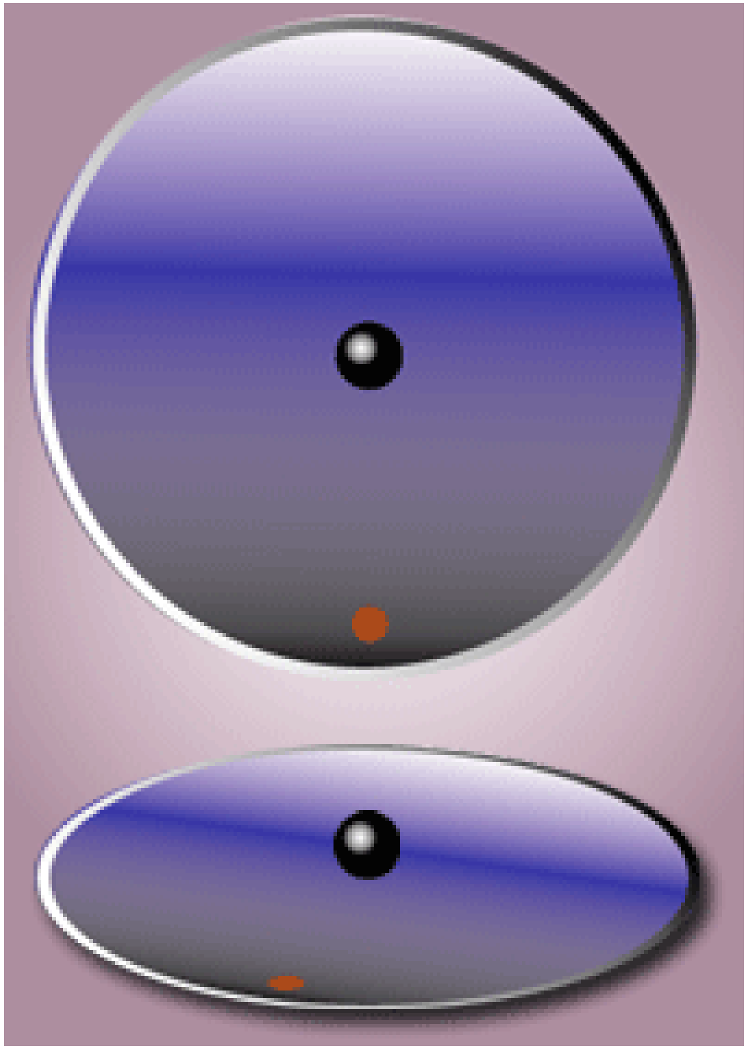
- parní stroj
- regulace předstihu v rozdělovači benzínového motoru



http://en.wikipedia.org/wiki/Centrifugal_governor
Boulton & Watt engine of 1788 , Science Museum London
(foto Dr. Mirko Junge)

http://cr4.globalspec.com/thread/73663/Spark-ignition-timing

Působení Coriolisovy síly



červená tečka – neinerciální pozorovatel

horní obrázek – z hlediska inerciálního pozorovatele:

- kotouč se otáčí
- kulička se pohybuje po přímé dráze

dolní obrázek – z hlediska neinerciálního pozorovatele:

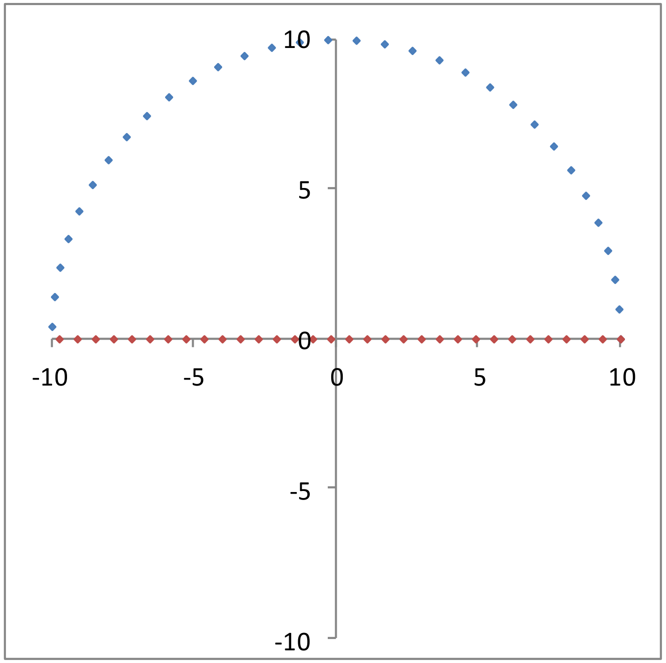
- kotouč stojí
- kulička se pohybuje po zakřivené dráze

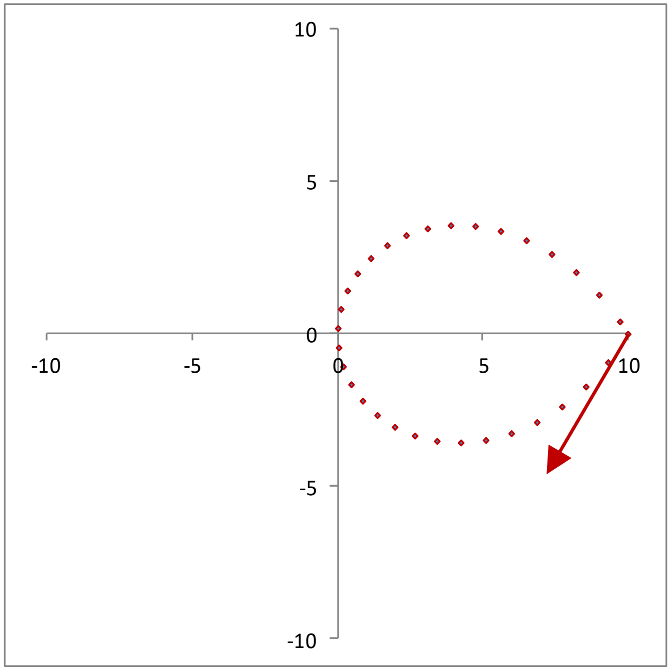
http://commons.wikimedia.org/wiki/Coriolis_effect (autor obrázku: Hubi)

Působení Coriolisovy síly

2001: Vesmírná odyssea

- předmět vymrštěný napříč válcem rychlostí 20/3.14 m/s = 6.36 m/s
- i.s.s.: proletí po přímé trajektorii napříč průměrem za dobu půlotáčky
- n.s.s.: komplikovaná trajektorie díky působení Coriolisovy síly

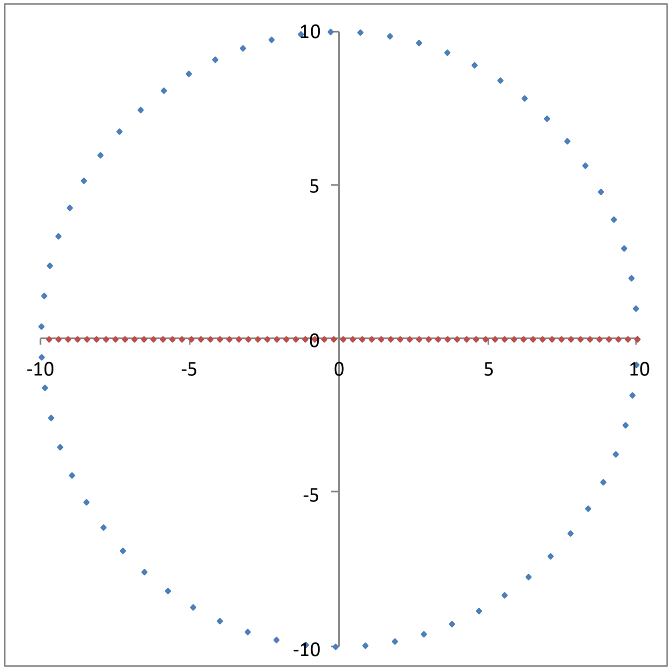


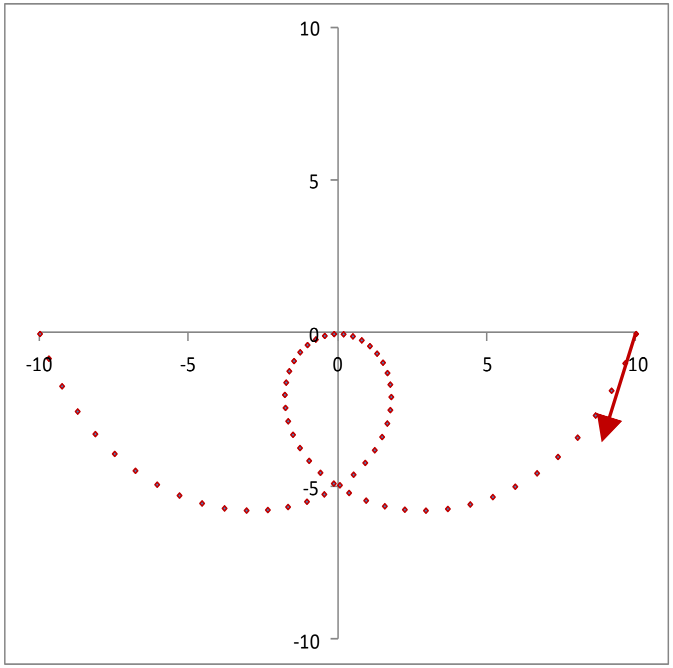


Působení Coriolisovy síly

2001: Vesmírná odyssea

- předmět vymrštěný napříč válcem rychlostí 20/6.28 m/s = 3.18 m/s
- i.s.s.: proletí po přímé trajektorii napříč průměrem za dobu jedné otáčky
- n.s.s.: komplikovaná trajektorie díky působení Coriolisovy síly

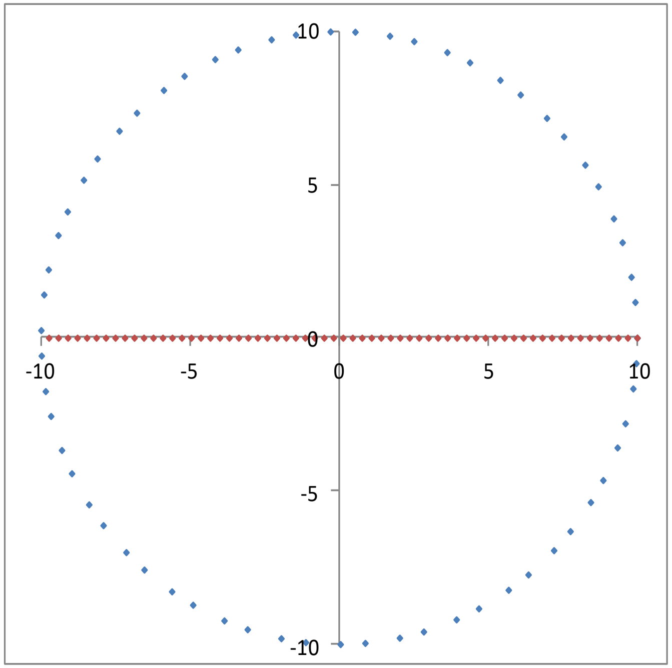


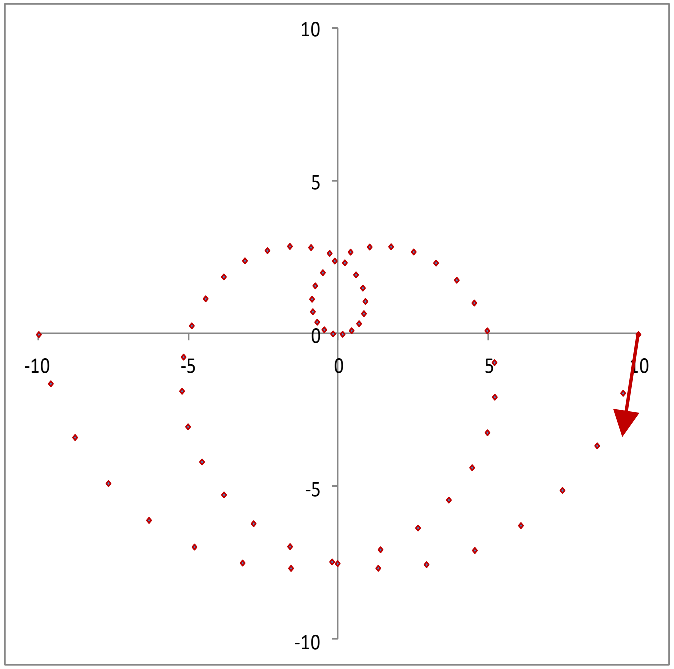


Působení Coriolisovy síly

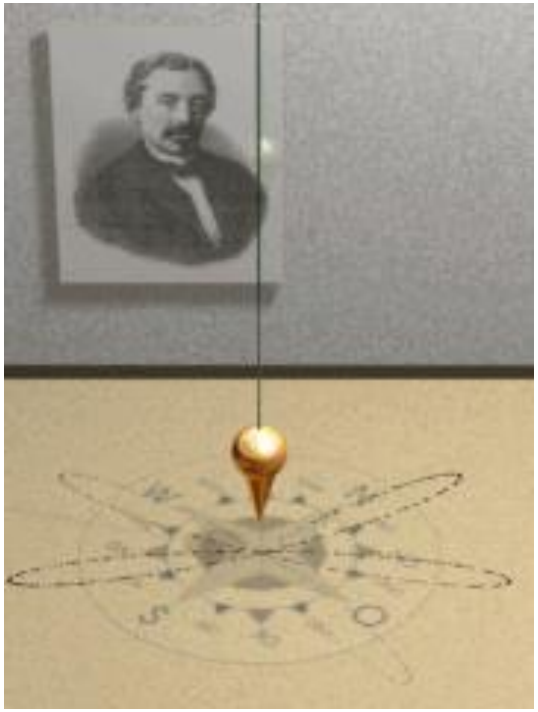
2001: Vesmírná odyssea

- předmět vymrštěný napříč válcem rychlostí 20/(2×6.28) m/s = 1.59 m/s
- i.s.s.: proletí po přímé trajektorii napříč průměrem za dobu dvou otáček
- n.s.s.: komplikovaná trajektorie díky působení Coriolisovy síly

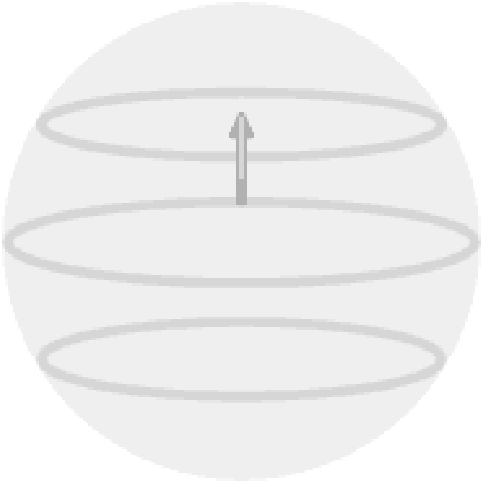




Foucaultovo kyvadlo



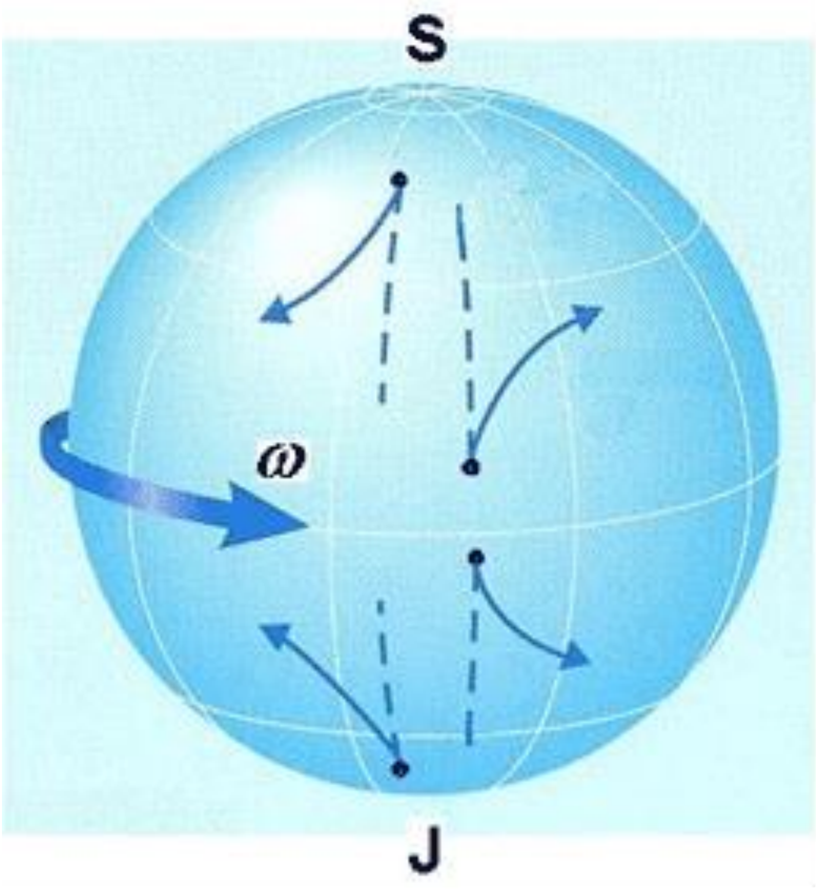
zobrazená rychlost stáčení odpovídá době rotace n.s.s. přibližně 30 sekund



rovina kyvu se na zeměpisné šířce φ stáčí vzhledem k Zemi o úhel $2\pi \sin\varphi$ za 1 den; na 30° severní šířky (na obrázku) to dělá půl otáčky denně; na 50° severní šířky (Praha) cca 11.5°/hod.

http://cs.wikipedia.org/wiki/Foucaultovo_kyvadlo(autor obrázku: Dominique Toussaint)
http://en.wikipedia.org/wiki/Foucault_pendulum (autor obrázku: Cleon Teunissen)

Působení Coriolisovy síly – příklady



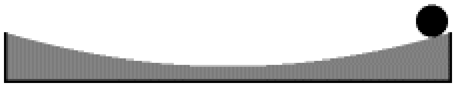
- atmosférické cyklóny
- koleje
- vodní toky

- hydrodynamické stroje
  - turbíny
  - kompresory

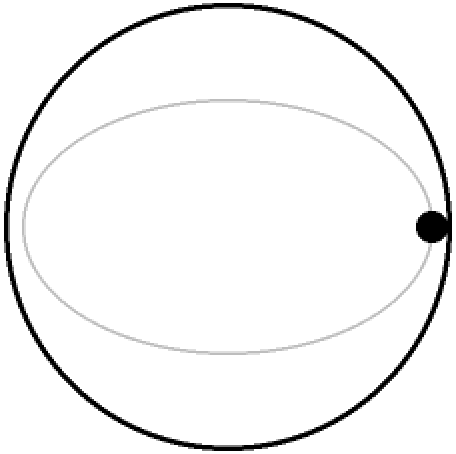
- vír ve výlevce?

http://www.asicr.cz/content/images/bulletin/2010-05/bulletin-4.png

Působení Coriolisovy síly – model



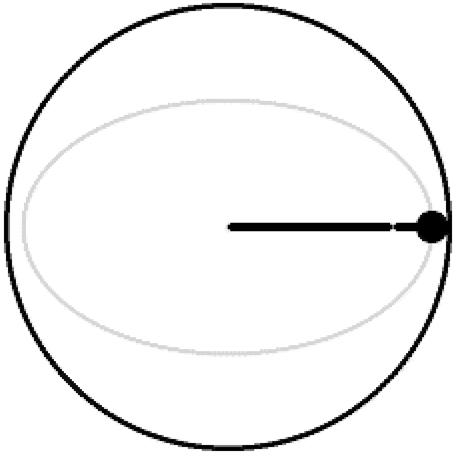
Pohyb v parabolickém potenciálu – eliminuje odstředivou sílu při vhodné rychlosti rotace a umožní odděleně působení Coriolisovy síly.



Při vhodně zvolené rychlosti otáčení se kulička pohybuje po uzavřené eliptické dráze.

http://commons.wikimedia.org/wiki/Coriolis_effect (autor obrázků: Cleon Teunissen)

Působení Coriolisovy síly – model

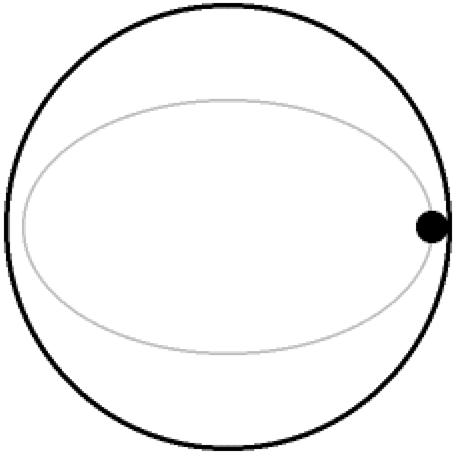


Pozorovatel v i.s.s. ví, že dostředivá síla je výslednicí reakce podložky a tíhové síly.

V ustáleném stavu „v klidu“ kulička rotuje (díky tření) spolu s kotoučem ve vzdálenosti určené rychlostí otáčení – mezní případ elipsy.

Častěji ale kulička harmonicky kmitá v obou směrech kolem rotující rovnovážné polohy – právě díky parabolickému průběhu potenciálu.

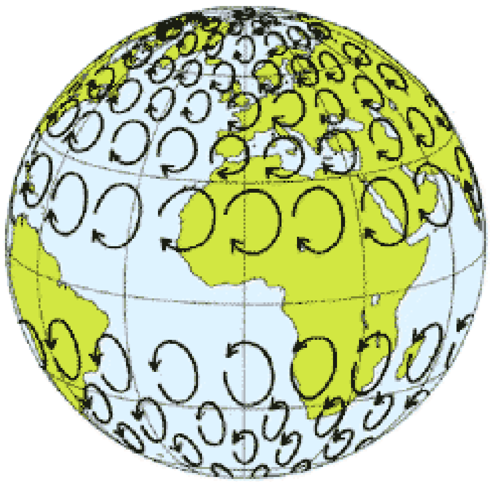
Jde tedy o složení dvou pohybů.



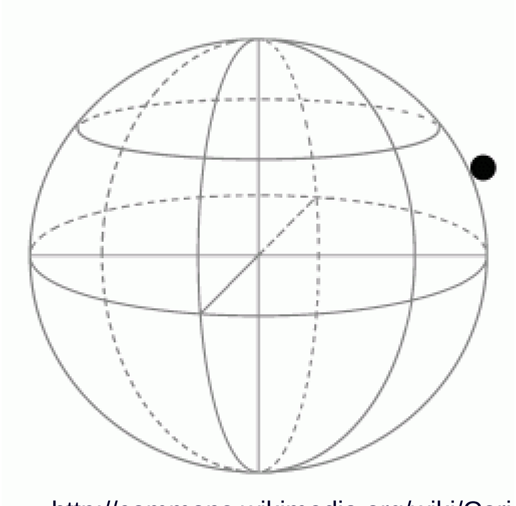
Kamera na okraji rotující misky (pozorovatel v n.s.s.) zaznamená jinou trajektorii – kulička se pohybuje jen v malé boční oblasti misky. To lze vysvětlit jen pomocí setrvačné Coriolisovy síly.

http://commons.wikimedia.org/wiki/Coriolis_effect (autor obrázků: Cleon Teunissen)

Působení Coriolisovy síly v atmosféře



Rotace cyklón v atmosféře vypadá z hlediska laboratorní n.s.s. také podivně



Obrázek ukazuje trajektorii balónu obíhajícího cyklónu pozorovanou z i.s.s.

Vidíme, že jde opět o ustálené kmity, jejichž perioda je sladěna s otáčením Země.

http://commons.wikimedia.org/wiki/Coriolis_effect (autoři obrázků: Anders Persson, Cleon Teunissen)

Setrvačná hmotnost

3.NZ $\rightarrow$ stanovení hmotnosti těles ze vzájemné silové interakce

Princip:

- stanovíme zrychlení $\vec{a}_1$ a $\vec{a}_2$
- musí platit $m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$
- pokud m_1 známe, dostaneme m_2 pomocí trojčlenky $m_2 = \frac{|\vec{a}_1|}{|\vec{a}_2|} m_1$
- máme-li referenční hmotnost, můžeme též určovat velikost síly $|\vec{F}|$

<u>takto určená hmotnost</u> se nazývá **setrvačnou hmotností**
(kvantifikuje odpor, který těleso klade snaze o změnu jeho rychlosti)

Tíhové zrychlení na povrchu Země

Experimentálně zjištěno, že na stejném místě zemského povrchu:

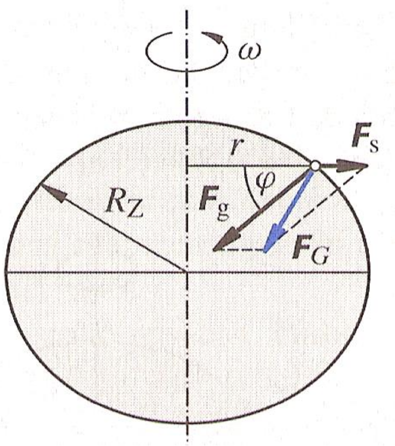
- všechna tělesa padají se stejným zrychlením nezávisle na hmotnosti
- působí na ně tíhová síla $\vec{F}_G$ úměrná jejich hmotnosti $\vec{F}_G = m\vec{g}$
- konstanta úměrnosti má rozměr zrychlení, označuje se **tíhové zrychlení**

Tíhová síla $\vec{F}_G$ má několik složek:

- gravitační síla – vzájemné gravitační přitažlivé působení planety Země a tělesa
- síla plynoucí ze skutečnosti, že vztažná soustava spojená pevně s povrchem Země není inerciální – odstředivá síla

Odhad odstředivého zrychlení působícího (v neinerciální s.s.) na těleso na rovníku:

$$a_s = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{24\times 60\times 60s}\right)^2 \times 6378\times 10^3\,m = 0.034\ ms^{-2} \approx \frac{g}{300}$$



Tíhová síla může být v závislosti na zeměpisné šířce až o 1/300 menší než gravitační síla.

Gravitační hmotnost

- při zanedbání odstředivé síly – procedura vážení porovnává **gravitační hmotnost** různých těles na základě gravitačního působení $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\vec{F}_{g1}}{\vec{F}_{g2}}$
- ve skutečnosti vážení porovnává tíhovou sílu $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\vec{F}_{G1}}{\vec{F}_{G2}}$
- na první pohled není významné, protože jak tíhové, tak gravitační zrychlení působí na všechna tělesa stejně
- jenže **každá ze složek tíhové síly je odvozena od jiného typu hmotnosti**
- rovnost setrvačné a gravitační hmotnosti je v rámci klasické mechaniky experimentálním faktem (Loránd Eötwös 1848-1919, Maďarsko), až v obecné teorii relativity je to základní princip

Praktické realizace inerciální vztažné soustavy

Galileova soustava

- počátek v hmotném středu sluneční soustavy
- osy směřují k definovaným stálicím (stálice ve vzdálenosti $\cong 10^{16}$ m nahrazují s vysokou přesností volné hmotné body)
- lze pokládat za inerciální v.s.

„rotující soustava s počátkem ve Slunci“

- počátek ve středu Slunce
- jedna osa směřuje do středu Země
- druhá osa leží v rovině oběžné dráhy Země kolem Slunce
- otáčí se vůči Galileově - neinerciální
- odstředivé zrychlení v oblasti oběžné dráhy Země

$$a_{s2} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{365 \times 24 \times 60 \times 60 s} \right)^2 \times 150 \times 10^9 m = 0.006\ ms^{-2} \approx \frac{g}{1600}$$

- ve většině případů lze také pokládat za inerciální v.s.

Praktické realizace inerciální vztažné soustavy

„rotující soustava s počátkem v Zemi“

- počátek ve středu Země
- jedna osa směřuje do středu Slunce
- druhá osa leží v rovině oběžné dráhy Země kolem Slunce
- platí přibližně totéž co v předchozím případě
- zatímco Slunce se pohybuje rovnoměrně přímočaře, Země se pohybuje po vlnovce

laboratorní soustava pevně spojená se Zemí

- odstředivé zrychlení na rovníku vyvolané rotací Země kolem osy

$$a_{s1} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60 s} \right)^2 \times 6378 \times 10^3 m = 0.034\ ms^{-2} \approx \frac{g}{300}$$

- přesněji bychom měli použít dobu trvání hvězdného dne, tj. 86164 s
- v běžných případech lze pokládat za inerciální

Disipativní síly

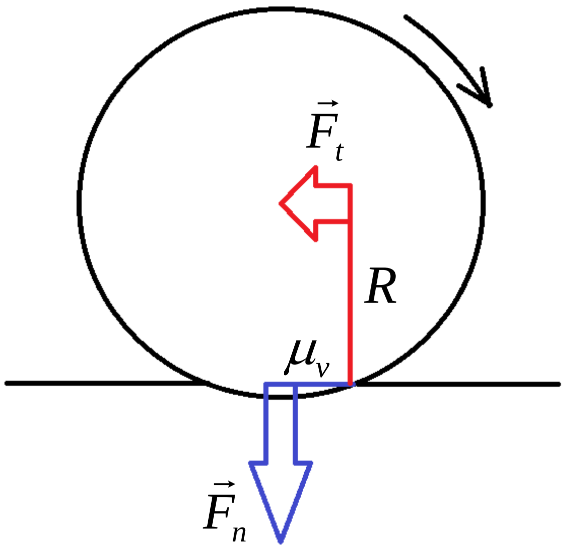
- odpor prostředí
- síla míří proti směru pohybu
- **vnitřní tření** – vzájemný posuv částí tělesa – viskozita a anelasticita
- **vnější tření** – dotyk těles – tření smykové a valivé

malé rychlosti:

smykové tření: $\left|\vec{F}_t\right| = \mu_s \left|\vec{F}_n\right|$ (1. Amontonsův z.)

Guillaume Amontons (1663 – 1705, Francie)

- μ_s ... součinitel smykového tření
- $\vec{F}_n$ ... normálová síla působící na podložku
- $\vec{F}_t$ ... třecí síla; nezávisí na ploše styku těles (2. A. z.) a rychlosti (3. A.z.)



valivé tření: $\left|\vec{F}_t\right| = \dfrac{\mu_v \left|\vec{F}_n\right|}{R}$

- μ_v ... součinitel valivého tření
- $\vec{F}_n$ ... normálová síla působící na podložku
- R ... poloměr válce valícího se po makroskopicky rovinné podložce
- $\vec{F}_t$ ... třecí síla; působiště v hm. středu válce

Disipativní síly – Stokesův vztah

odpor prostředí závisí na rychlosti (obecně nelineárně, dokonce i nemonotónně!)

lineární závislost na rychlosti (Stokesův vztah pro laminární obtékání koule): $\left|\vec{F}_t\right| = 6\pi\eta\, r \left|\vec{v}\right|$

- $\vec{v}$ ... rychlost tělesa
- η ... dynamická viskozita tekutiny
- r ... poloměr koule

při působení konstantní silou $\vec{F}_0$ (např. volný pád koule v tekutině) dojde k ustavení rovnováhy sil při rychlosti $\left|\vec{v}_{\mathrm{stac}}\right| = \dfrac{\left|\vec{F}_0\right|}{6\pi\eta\, r}$

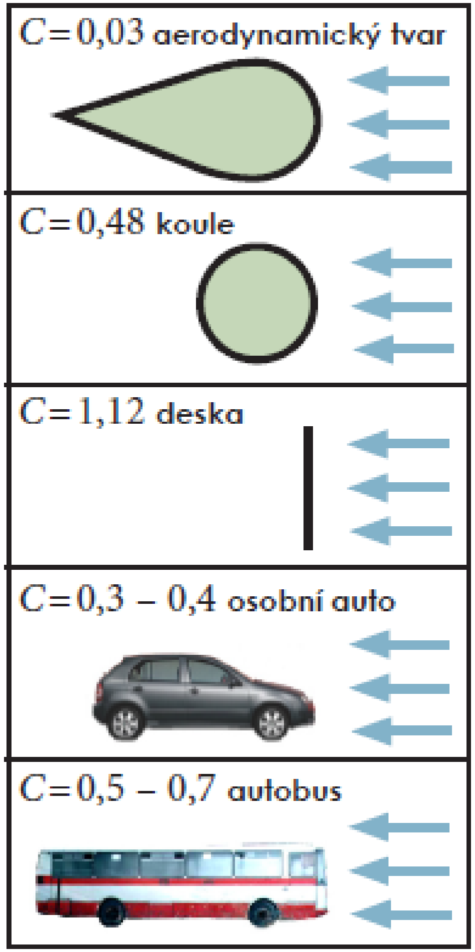
Disipativní síly – Newtonův vztah

kvadratická závislost na rychlosti (Newtonův vztah pro turbulentní obtékání): $\left|\vec{F}_t\right| = \frac{1}{2} C \rho S \vec{v}^{\,2}$

- $\vec{v}$ ... rychlost tělesa
- C ... rychlostní součinitel odporu (zohledňuje tvar celého tělesa)
- ρ ... hustota tekutiny
- S ... účinný průřez (plošný obsah průmětu tělesa do roviny kolmé k vzájemné rychlosti)

při působení konstantní silou $\vec{F}_0$ (např. volný pád ve vzduchu) dojde k ustavení rovnováhy sil

při rychlosti $\left|\vec{v}_{\mathrm{stac}}\right| = \sqrt{\frac{2\left|\vec{F}_0\right|}{C \rho S}}$



Limity Newtonovy mechaniky

- při rychlostech srovnatelných s rychlostí světla neplatí předpoklady (absolutnost toku času a současnosti, nezávislost délky a hmotnosti na rychlosti, rychlost bez limitu)
- Newtonova mechanika pak není použitelná
- toto kritérium ale nevyplynulo z poznání, že rychlost světla je konečná
- už sám Newton odhadl rychlost světla na 16násobek zemského průměru za sekundu (cca 200 000 km/s)
- dokud bylo světlo chápáno jako proud částic (Newtonova korpuskulární teorie světla), nic se nedělo
- když začalo být světlo chápáno jako vlnění, vznikla přirozeně představa éteru jako nezbytného média, o němž se také přirozeně předpokládalo, že je nehybný vůči absolutnímu prostoru
- zároveň použití vlnových principů umožňuje měřit i velmi malé odchylky rychlosti šíření světla (např. v různých hmotných prostředích); nabízela se možnost identifikovat pohyb vůči absolutnímu prostoru
- Michelsonův-Morleyův experiment postupně vedl k poznání, že **rychlost světla je stejná ve všech inerciálních soustavách**, které se navzájem pohybují $\Rightarrow$ Galileův princip relativity musel být nahrazen **Einsteinovým principem relativity**
- Einstein podobně jako Newton mohl stavět na pracech jiných: Většina matematického aparátu speciální teorie relativity byla již tehdy publikována jinými autory (Hendrik Lorentz, Henri Poincaré), ale teprve Einstein se odvážil zcela reformovat pojetí času a prostoru.